**EXAMEN A CASA 2**

**FÍSICA COMPUTACIONAL**

**GERARDO RANGEL PAREDES**

**Respuesta ejercicio 1.**

Debemos determinar la distancia R mínima, es decir el valor más pequeño que puede alcanzar la órbita de un satélite alrededor de un cuerpo celeste, dicha trayectoria está en función de θ.

La idea de la solución del problema es utilizar interpolación y extrapolación para saber que pasa con la función adentro y afuera de los puntos que nos presenta el problema. Para ello se va a utilizar el método de interpolación de Lagrange de grado n = 2, esto porque los datos que conocemos son 3, por lo que el grado del polinomio queda determinado por 3-1=2.

Por otro lado, sabemos por la teoría que la trayectoria del satélite que orbita alrededor de la Tierra tiene una trayectoria elíptica, cercana a una curva circular. Conocemos que para está trayectoria existen dos puntos en los cuales el satélite alcanza la trayectoria mínima y máxima estos puntos se llaman perigeo y apogeo, respectivamente. Teóricamente sus valores serían los siguientes:

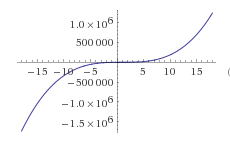
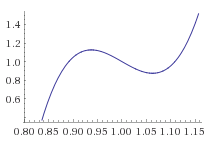
Rmin = C/(1 + e) y Rmax = C/(1 - e)

***Respuesta del ejercicio 2.*** Tenemos que la ecuación de equilibrio químico en la producción de metanol a partir del CO y H2 es la siguiente:

-249.2(1 - ᙓ)3 + ᙓ(3 – 2ᙓ)2 = 0

Nos piden determinar ᙓ, el cual es el grado de equilibrio de la reacción.

Este es un problema de cálculo de raíces, y para calcular dichas raíces se pueden seguir varios caminos, pero el que utilicé fue el método de Newton-Raphson, para poder utilizar este método nos apoyamos en las gráficas observando el comportamiento de la función y estimar con mayor precisión por medio de un programa una respuesta satisfactoria.



**Figura 1. Gráfica de la ecuación de equilibrio.**

Por medio, de la gráfica podemos observar que la raíz de la ecuación de equilibrio se encuentra entre 0.80 y 0.85. Es importante hacer resaltar que tenemos que solo una raíz es real y las otras dos son complejas, pero como se trata de una reacción real química solo nos interesa la raíz real.

Corriendo el programa de ecuación de equilibrio.py nos da que la raíz real tiene un valor de: 0.817122388302, que sería el grado de equilibrio de la reacción.

**Respuesta ejercicio 3.**

Tenemos que por el método de diferencias centrales la segunda derivada se calcula a partir de la siguiente relación , y a partir del método de interpolación de Richardson tenemos que , con g una función de aproximación de cierta precisión en el cálculo. Pero dicha g es f´´ y como f ´´ esta definida como lo tenemos arriba sustituyamos, de tal forma que entonces h1 = 2h, y como se pide una precisión O() ponemos p = 2, entonces = 4, sustituyendo en G tenemos = = . Con ello tenemos que f´´ con precisión de O(h4) es .

***Respuesta ejercicio 4.***

Sabemos que la derivación por aproximación por medio de diferencias finitas de las derivadas de f(x), se basa en el desarrollo de las series de Taylor hacia adelante y hacia atrás de la función f(x) alrededor del punto x, es decir:

f (x + h) = f (x) + hf(x) ′ + (h2/2!)f(x)′′ + (h3/3!)f**3**(x) + (h4/4!)f**4**(x) +… ***(1)***

f (x - h) = f (x) - hf(x) ′ + (h2/2!)f(x) ′′ - (h3/3!)f**3**(x) + (h4/4!)f**4**(x) +… ***(2)***

f (x + 2h) = f (x) + 2hf(x) ′ + [(2h)2/2!]f(x) ′′ + [(2h)3/3!]f**3**(x) + [(2h)4/4!]f**4**(x) +... ***(3)***

f (x - 2h) = f (x) - 2hf(x) ′ + [(2h)2/2!]f(x) ′′ - [(2h)3/3!]f**3**(x) + [(2h)4/4!]f**4**(x) +... ***(4)***

Si sumamos (3) y (4) obtenemos lo siguiente:

f (x + 2h) + f (x - 2h) = 2f(x) + 2[(2h)2/2!]f(x) ′′ + 2[(2h)4/4!]f**4**(x) + …

Es decir,

f (x + 2h) + f (x - 2h) = 2f(x) + 4h2f(x) ′′ + (4/3)h4f**4**(x) + O(h6) ***(5)***

Como no es posible deshacernos de f(x) ′′ pero sabemos que esta la podemos expresar de la siguiente manera:

f(x)′′ = + O(h2) ***(6)***

Despejando la f**4**(x) de la ecuación (5) y sustituyendo (6) en está tenemos:

h4f**4**(x) = (3/4){f (x + 2h) + f (x - 2h) - 2f (x) – 4[f (x + h) - 2f (x) + f (x – h)]} + O(h6)

h4f**4**(x) = (3/4)[f (x + 2h) + f (x - 2h) - 2f (x)] – 3[f (x + h) - 2f (x) + f (x – h)]} + O(h6)

h4f**4**(x) = (3/4)[f (x + 2h) + f (x - 2h)] + (9/2)f (x) – 4[f (x + h) + f (x – h)] + O(h6)

Por lo tanto, la primera aproximación por diferencias centrales para f4(x) es:

f**4**(x) = )] +– - + O(h2)

**Respuesta ejercicio 6.**

Tenemos que la integral original esta dada por pero al hacer un cambio de variable donde x3 = 1/t entonces x = , con esto obtenemos que dx = dt que en términos de t queda que al sustituir en la integral anterior nos queda y para determinar los nuevos límites de integración obtenemos que cuanto x = 1, t = 1, y cuando x = ∞, t = 0, entonces tenemos , que por propiedades de la integral obtenemos que esto se transforma en , que fue la integral que utilice para calcular numéricamente la integral con 5 bloques h = 0.2, y la utilización del programa que se realizó para este ejercicio.

**Respuesta ejercicio 7.**

Encontramos lo siguiente:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| h [°] | Valor de la integral | Error comparando con respecto a h(0) [%] |
| 15 | 1.59814200211 | 1.74087975957 |
| 30 | 1.68575035485 | 7.31820071724 |
| 45 | 1.8540746773 | 18.0340599016 |